5 Množice. Unija, presek in razlika množic.

32. Naj bodo $A = \{1, 2, 5, 6, 7, 10, 11, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{ je liho celo število in } 3 \le x \le 10\}$ in $C = \{a, b, c, 4, 5, 6\}$.

(a) Izpolnite prazna mesta _ z najprimernejšim simbolom $(\in, \notin, \subseteq, \not\subseteq)$:
$7 \_ A$, $6 \_ B$, $10 \_ B$, $4 \_ A$, $b \_ C$, $b \_ B$, $\{2, 5, 12\} \_ A$, $\{3, 5, 6\} \_ B$, $\{a, b, 5\} \_ C$.

(b) Izračunajte $A \cup B$, $A \setminus B$, $\mathcal{P}(A \cap B)$, $(A \cap B) \times \{a, b\}$.

33. Naj bo $A = \{2n - 1 : n \in \mathbb{Z}\}$ množica vseh lihih celih števil in naj bo $B = \{(2n - 1)^3 : n \in \mathbb{Z}\}$ množica vseh kubov lihih celih števil. Pokažite, da velja $B \subseteq A$.

34. (i) Pokažite, da za poljubne množice A, B in C velja

$$A \subseteq C \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \cup B \subseteq C.$$

(ii) Določite naslednje množice:

- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \setminus \emptyset$.
- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \setminus \{\emptyset\}$.
- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \setminus \{\{\emptyset\}\}$.

35. Poiščite vse nabore množic A, B, C, za katere je

$$B \setminus A = A \cup C = C \cap B = \{1\}.$$

36. Ali je naslednja trditev pravilna za poljubne množice A, B in C:

$$\text{Če } A \cap B \subseteq \overline{C} \text{ in } A \cup C \subseteq B, \text{ potem } A \cap C = \emptyset.$$

37. Utemeljite, ali za poljubne množice A, B in C velja trditev

$$A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C.$$

38. Naj bosta A in B poljubni množici. Dokažite:

$$(A \cap B) \cup (B \setminus A) = B.$$

39. Naj bosta X and Y podmnožici univerzalne množice U. Pokažite, da je

$$(X \cup Y)^c = X^c \cap Y^c.$$

40. (izpit, november 2021.) (a) Naj bosta A in B dani množici. Pokažite, da je $A \cap (B/A) = \emptyset$. Razložite vsak korak svojega dokaza.

(b) Naj bosta A in B dani podmnožici univerzalne množice U. Pokažite, da je $A \subseteq B$, če in samo če $\overline{B} \subseteq \overline{A}$. Razložite vsak korak svojega dokaza.

41. Utemeljite, ali za poljubne množice A, B in C velja trditev

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) \subseteq \overline{A} \cup C.$$

Razložite vsak korak svojega dokaza.

42. Naj bodo A, B in C poljubne množice. Dokažite

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

43. Pokažite, da za poljubne množice A, B in C velja $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$.

Vse naloge so prenesene z naslednje spletne strani:
`https://osebje.famnit.upr.si/~penjic/teaching.html`.
Na isti strani lahko bralec najde vse rešitve podanih nalog.